Торайғыров университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Торайгыров университета

ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРШЫСЫ

ПЕДАГОГИКАЛЫҚ СЕРИЯСЫ

1997 ЖЫЛДАН БАСТАП ШЫҒАДЫ

TORAIGHYROV UNIVERSITY

ВЕСТНИК ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

ИЗДАЕТСЯ С 1997 ГОДА

ISSN 2710-2661

№ 1 (2021)

ПАВЛОДАР

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Торайгыров университета

Педагогическая серия
выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО
о постановке на переучет периодического печатного издания,
информационного агентства и сетевого издания
№ KZ03VPY00029269
выдано
Министерством информации и коммуникаций
Республики Казахстан

Тематическая направленность
публикация материалов в области педагогики,
психологии и методики преподавания

Подписной индекс – 76137

https://doi.org/10.48081/RPSN2986

МРНТИ 14.35.09

https://doi.org/ 10.48081/LZWK2793

Б. Н. Дроботун*, Н. Н. Оспанова, А. З. Даутова, Ж. С. Алимова
Торайгыров университет,
Республика Казахстан, г. Павлодар

О ВОЗМОЖНОСТЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ДИДАКТИЧЕСКОГО ПРИНЦИПА НАГЛЯДНОСТИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ФОРМАЛЬНЫХ ЯЗЫКОВ ЛОГИЧЕСКИХ ИСЧИСЛЕНИЙ (II)

В данной работе, включающей в себя две статьи выявляются и реализуются условия и формы следования регламентационным предписаниям дидактического принципа наглядности, применительно к логико-алгебраическим дисциплинам. В предлагаемой статье рассматриваются возможности следования этому принципу при изучении синтаксиса формального языка исчисления высказываний. К основным методам, применяемым в этой статье, относятся индуктивные методы определений и построений, как методы, наиболее органичные процессам описания синтаксической и семантической компонент символического языка пропозициональных исчислений. На основе свойств классической и теоретико-множественной семантик исчисления высказываний в статье выявляются теоретические основания, определяющие механизмы взаимной обусловленности этих семантик, устанавливаются связи между алгеброй формул и алгеброй подмножеств, позволяющие процессы индуктивного определения синтаксических объектов исчисления высказываний наглядно реализовывать посредством построения теоретико-множественных диаграмм соответствующих объектов алгебры множеств. Представленный в статье опыт изучения абстрактных объектов синтаксиса символических языков посредством изучения их естественных «материальных» аналогов является широкой пропедевтикой таких научно-теоретических концепций, как логическое исчисление, формальная аксиоматическая теория и изоморфизм. В работах, связанных с использованием продуктивных возможностей следования принципу наглядности, при изучении *естественно-математических дисциплин, подобные подходы не рассматривались.*

Ключевые слова: синтаксические свойства; исчисление высказываний; алгебра формул; семантика; алгебра множеств; булева сигнатура; диаграмма.

Введение

В данной статье, как второй части работы, посвященной продуктивному использованию предписаний принципа наглядности в процессе обучения логико-алгебраическим дисциплинам, опыт наглядной реализации индуктивных процессов определения формул алгебры множеств распространяется на формулы алгебры высказываний. В частности, на основе конкретизации связей между истинностной и теоретико-множественной семантиками исчисления высказываний, выявляются возможности описания синтаксических объектов алгебры формул формального языка этого исчисления «в терминах» термальных операций алгебры множеств. С использованием этих связей в статье предлагаются подходы к наглядному представлению формул исчисления высказываний посредством реализации их теоретико-множественных аналогов диаграммами Эйлера-Венна.

Следует отметить, что в учебной и учебно-методической литературе, а также в научных статьях периодических изданий, подобная трактовка реализации принципа наглядности не предпринималась, что обуславливает инновационную направленность как этой статьи, так и всей работы в целом. В статье, с целью обеспечения преемственности изложения, используется нумерация разделов, рисунков и схем, продолжающая соответствующие нумерации первой статьи [1] данной работы.

Объект исследования: методология логико-алгебраических дисциплин.

Предмет исследования: общедидактические принципы обучения в высших учебных заведениях.

Цель: Выявление и использование связей и зависимостей между истинностной и теоретико-множественной семантиками формального языка исчислений высказываний, обуславливающих возможности применения дидактического принципа наглядности для демонстрационного представления индуктивных процессов оперирования с объектами синтаксической составляющей этого языка.

Задачи:

– разработка теоретических оснований, определяющих механизмы взаимной обусловленности истинностной и теоретико-множественной семантик символических языков пропозициональных исчислений;

– определение форм представления и технологий использования индуктивных методов, применительно к наглядной реализации объектов синтаксической составляющей исчисления высказываний посредством теоретико-множественных диаграмм соответствующих им объектов алгебры множеств.

Методы исследования и результаты

5. К основным методам, применяемым в данной (второй) части работы относятся методы индуктивных определений и построений, как методы наиболее органичные описанию синтаксиса и семантики символических языков логических исчислений.

Метод диаграмм Эйлера-Венна, использованный в первой части работы для визуального представления значений термальных операций алгебры множеств $\boldsymbol{B}(M) = \langle B(M);\ {}^{\varphi}\sigma_2 \rangle$ может быть применен также для нахождения, в этой алгебре, истинностных значений формул сигнатуры σ_2, вида:

$$\boldsymbol{A}(x_1;x_2;...;x_n) = (t_1(x_1;x_2;...;x_n) \approx t_2(x_1;x_2;...;x_n)), \quad (1)$$

при заданной интерпретации $\tau : X \to B(M)$, где $t_1 = t_1(x_1;x_2;...;x_n)$ и $t_2 = t_2(x_1;x_2;...;x_n)$ – произвольные термы сигнатуры σ_2.

Пусть, в частности, $\tau(x_i) = A_i,\ A_i \in B(M),\ i = 1;2;...;n$. Тогда, в соответствии с общим определением семантической интерпретации:

$$(\boldsymbol{B}(M) \models \boldsymbol{A}[\tau]) \Leftrightarrow ({}^{\varphi}t_1(A_1;A_2;...;A_n) = {}^{\varphi}t_2(A_1;A_2;...;A_n)).$$

Таким образом, для того, чтобы (наглядно) убедиться в том, что формула (1) является истинной на алгебре B(M) при интерпретации t нужно (при одних и тех же предположениях относительно множеств $A_1;A_2;...;A_n$) построить диаграммы Эйлера-Венна, представляющие значения ${}^{\varphi}t_1(A_1;A_2;...;A_n)$ и ${}^{\varphi}t_2(A_1;A_2;...;A_n)$ термальных операций ${}^{\varphi}t_1(x_1;x_2;...;x_n)$ и ${}^{\varphi}t_2(x_1;x_2;...;x_n)$, соответственно, и сравнить полученные, при этом, области. Совпадение полученных областей будет свидетельствовать о том, что формула (1) является истинной (на алгебре B(M) при указанном означивании).

Покажем, к примеру, используя метод диаграмм Эйлера-Венна, что формула $t_1(x_1;x_2;x_3) \approx t_2(x_1;x_2;x_3)$, где $t_1(x_1;x_2;x_3) =$

$= F_3^2(x_1;F_3^2(x_2;x_3));\ t_2(x_1;x_2;x_3); = F_1^2(F_3^2(x_1;x_2);F_2^2(F_2^2(x_1;x_2);x_3)),$

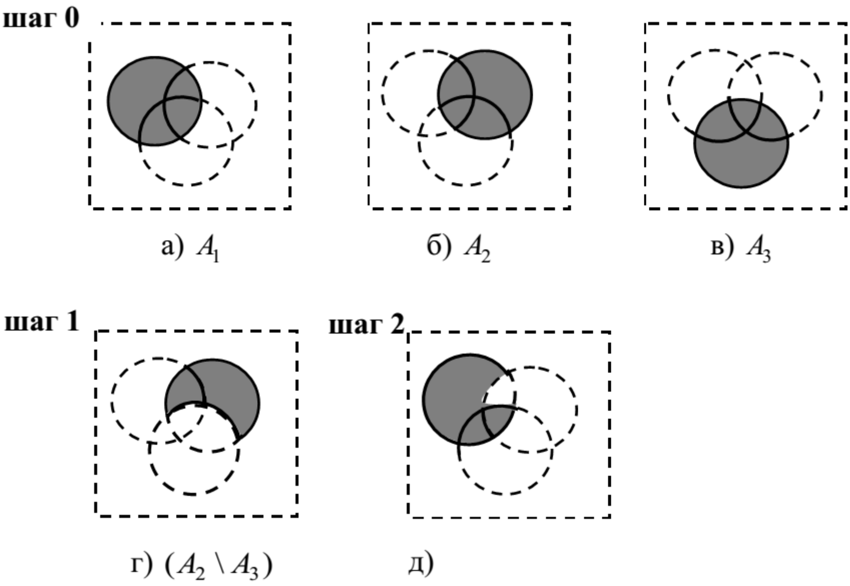
является истинной на алгебре $\boldsymbol{B}(M) = \langle B(M);\ {}^{\varphi}\sigma \rangle$ при произвольной интерпретации $\tau : X \to B(M)$.

Находя сложности термов $t_1(x_1;x_2;x_3)$ и $t_2(x_1;x_2;x_3)$ и соответствующие им термальные операции алгебры B(M), получаем, что: а) S(t1) = 2, ${}^{\varphi}t_1(x_1;x_2;x_3) = (x_1 \setminus (x_2 \setminus x_3)$; б) S(t2) =3; ${}^{\varphi}t_2(x_1;x_2;x_3) =$ $= (x_1 \setminus x_2) \cup (\ x_1 \cap x_2) \cap x_3)$.

Будем предполагать, что при интерпретации $\tau : X \to B(M)$, множества $\tau(x_1) = A_1;\ \tau(x_2) = A_2;\ \tau(x_3) = A_3$ удовлетворяют условиям:

$$A_2 \cap A_2 \neq \varnothing;\quad A_1 \cap A_3 \neq \varnothing;\quad A_2 \cap A_3 \neq \varnothing;\quad A_1 \cap A_2 \cap A_3 \neq \varnothing \quad (2)$$

Пошаговые процедуры построения диаграмм Эйлера-Венна, представляющих значения ${}^{\varphi}t_1(x_1;x_2;x_3) = (A_1 \setminus (A_2 \setminus A_3)$ и ${}^{\varphi}t_2(A_1;A_2;A_3) = (A_1 \setminus A_2) \cup (\ A_1 \cap A_2) \cap A_3)$ отражены, соответственно, на рисунках 4. а) – д) и 5. а) – ж).



а) A_1 б) A_2 в) A_3

г) $(A_2 \setminus A_3)$ д)

Рисунок 4 – Значение $t_1[\tau]$ термальной операции ${}^{\varphi}t_1$

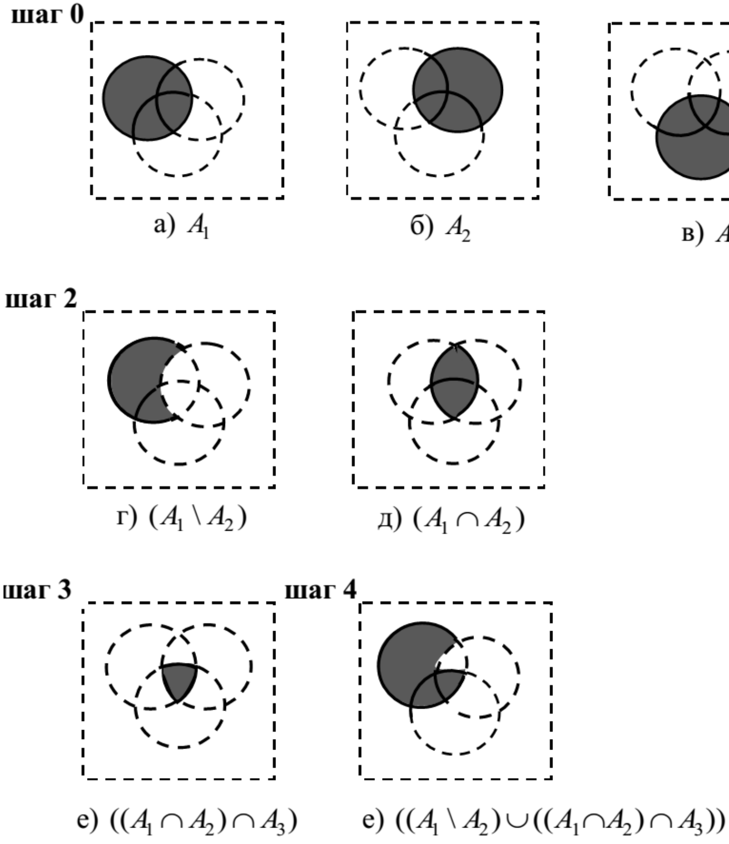


Рисунок 5 – Значение $t_2[\tau]$ термальной операции ${}^{\varphi}t_2$

Совпадение итоговых диаграмм (смотри рисунки 4. д) и 5. ж)) (наглядно) свидетельствует о том, что данная формула, при любой интерпретации τ, удовлетворяющей условиям (2), является истинной. Отметим, что предположения (2), сделанные относительно множеств $A_1; A_2; A_3$, не ограничивают общности, а приведены только с целью получения более выразительных диаграмм.

6. Рассмотрим следующие термы: $t_1(x_1)=F_3^2(c_2;x_1)$; $t_2(x_1;x_2)=$ $=F_2^2(x_1;F_3^2(c_2;x_2))\in Term_{\sigma_2}(X)$ сигнатуры σ_2.

В алгебре множеств $\boldsymbol{B}(M)=\langle B(M);\ {}^{\varphi}F_1^2;\ {}^{\varphi}F_2^2;\ {}^{\varphi}F_3^2;c_1;c_2\rangle$ этим термам соответствуют операции ${}^{\varphi}t_1(x_1)={}^{\varphi}F_3^2(\ {}^{\varphi}c_2;x_1)=M\setminus x_1$ и ${}^{\varphi}t_2(x_1;x_2)={}^{\varphi}F_2^2(x_1;\ {}^{\varphi}F_3^2(\ {}^{\varphi}c_2;x_2))=x_1\cap(M\setminus x_2)=x_1\setminus x_2$.

Т.е., посредством терма $t_1(x)$ на $B(M)$ определяется одноместная операция « $\bar{\ }$ » : $(\forall A\in B(M))(\overline{A}=M\setminus A)$, а операция ${}^{\varphi}t_2(x_1;x_2)$ совпадает с операцией ${}^{\varphi}F_3^2(x_1;x_2)$. Таким образом, операции « $^{-}$ » и « $\setminus$ » алгебры $\boldsymbol{B}(M)$ взаимно выражаются друг через друга. Отсюда следует, что алгебру множеств можно рассматривать, как алгебру сигнатуры $\sigma_2'=\langle F_1^2;F_2^2;F_3^1;c_1;c_2\rangle$, полагая, что символы $F_1^2;F_2^2;c_1;c_2$ интерпретируются на множестве $B(M)$ как и раньше, т.е. посредством интерпретации φ, а символу F_1^3 сопоставляется на этом множестве операция « $^{-}$ », т.е. интерпретация φ, распространяется на F_1^3 по правилу: ${}^{\varphi}F_1^3(x_1)=\overline{x}_1$. В связи с этим, сигнатура σ_2' также будет называться булевой.

Множество $L(\mathsf{A})$ – формул исчисления высказываний относительно логических операций $\vee;\ \&\ ;\to;\neg$ и констант *л; и* является традиционным примером алгебры сигнатуры σ_2'.

Исчисление высказываний относится к числу пропозициональных логических исчислений. Отличительной особенностью пропозиционального исчисления является то, что его алфавит содержит символы лишь следующих трех видов:

а) символы логических связок $\vee;\ \&\ ;\to;\neg$;

б) символы пропозициональных переменных $A_1;A_2;...;A_t;...$;

в) вспомогательные символы: (;) – левой и правой скобок, соответственно.

Таким образом, $\mathsf{A}=\{\vee;\ \&\ ;\to;\ \neg\}\cup\{A_1;A_2;...;A_t;..\}\cup\{\ (;)\}$.

Общая схема индуктивных определений реализуется, применительно к определению множества формул (и подформул) исчисления высказываний, следующим образом.

а) **Базис индукции** (шаг 0). Каждая пропозициональная переменная A_i, $t\in N$, объявляется формулой алфавита А. Такие формулы называются элементарными (или атомными). Единственной подформулой элементарной формулы является сама эта формула. Элементарные формулы будем называть формулами шага 0.

б) **Индукционное предположение** (шаг *k*). Предположим, что все формулы шагов 0; 1; 2; …; k уже определены и множество подформул любой такой формулы также уже построено.

в) **Индукционный шаг** (шаг $k+1$). Если каждая из формул $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ является формулой одного из шагов, номера которых не превосходят k, то слова $(\boldsymbol{A}\,\&\,\boldsymbol{B})$; $(\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{B})$; $(\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B})$; $\neg\boldsymbol{A}$ также являются формулами. Таким образом, в качестве правил образования выступают (в этом случае) правила применения логических связок $\vee$; $\&$; $\rightarrow$ и $\neg$ и в множество формул $k+1$ - го шага включаются все слова алфавита A, которые получаются из формул шага k, посредством не более чем однократного применения к ним одного из правил образования.

Подформулами каждой из формул $(\boldsymbol{A}\,\&\,\boldsymbol{B})$; $(\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{B})$; $(\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B})$ являются все подформулы формул $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ и сама эта формула. Аналогичным образом, подформулами формулы $\neg\boldsymbol{A}$ являются все подформулы формулы $\boldsymbol{A}$ и сама эта формула.

Обозначая через $L_t(\mathsf{A})$ множество формул шага t, получаем:

$$L_0(\mathsf{A})\subseteq L_0(\mathsf{A})\subseteq\ldots\subseteq L_0(\mathsf{A})\subseteq\ldots\,;\quad L(\mathsf{A})=\sum_{t=0}^{\infty}L_t(\mathsf{A}) \tag{3}$$

Из (3) следует, что если $t; t'\in N$ и $t'>t$, то всякая формула шага t является формулой шага t'. Наименьший номер шага, на котором формула A появляется впервые, естественно назвать мерой сложности или сложностью формулы $\boldsymbol{A}$. Сложность формулы $\boldsymbol{A}$ будет обозначаться через $S(\boldsymbol{A})$.

Процесс пошагового построения множества $L(\mathsf{A})$ показывает, что

i) если $\boldsymbol{A}\in L(\mathsf{A})$ и $\boldsymbol{A}\in\{(\boldsymbol{B}_1\,\&\,\boldsymbol{B}_2);(\boldsymbol{B}_1\vee\boldsymbol{B}_2);(\boldsymbol{B}_1\rightarrow\boldsymbol{B}_2)\}$ для некоторых формул $\boldsymbol{B}_1;\boldsymbol{B}_2\in L(\mathsf{A})$, то $S(\boldsymbol{A})=\max\{S(\boldsymbol{B}_1);S(\boldsymbol{B}_2)\}+1$

ii) если $\boldsymbol{A}\in L(\mathsf{A})$ и $\boldsymbol{A}=\neg\boldsymbol{B}$, для некоторой формулы $\boldsymbol{B}\in L(\mathsf{A})$, то $S(\boldsymbol{A})=S(\boldsymbol{B})+1$.

Для задания на множестве $L(\mathsf{A})$ структуры алгебры сигнатуры σ_2', определим интерпретацию φ' этой сигнатуры на $L(\mathsf{A})$ следующим образом:

$$\varphi'(F_1^2(x_1;x_2))={}^{\varphi}F_1^2(x_1;x_2)=x_1\vee x_2;\ \varphi'(F_2^2(x_1;x_2))={}^{\varphi}F_2^2(x_1;x_2)=x_1\,\&\,x_2;$$

$$\varphi'(F_3^1(x_1))=\bar{x}_1;\quad \varphi'(c_1)={}^{\varphi'}c_1=л;\ \ \varphi'(c_2)={}^{\varphi'}c_2=u\,.$$

С учетом того, что ${}^{\varphi}F_1^1({}^{\varphi}F_3^1(x_1);x_2)=\bar{x}_1 \vee x_2 = x_1 \to x_2$, можно считать, что алгебра $\mathbf{L}(\mathsf{A})=\langle L(\mathsf{A});\vee;\&;\neg;\to;л;u\rangle$ является алгеброй сигнатуры σ_2'.

7. Научно-теоретической основой наглядного представления индуктивных процессов оперированием с объектами алгебры $\mathbf{L}(\mathsf{A})$ является теоретико-множественная семантика и ее свойства.

Пусть M – произвольное непустое множество. Теоретико-множественным означиванием называется отображение $\gamma:\mathsf{A}\to B(M)$ – множества $\mathsf{A}=\{A_1;A_2;...;A_t;...\}$ – пропозициональных переменных в множество $B(M)$ – всех подмножеств множества *M*.

Таким образом, посредством теоретико-множественного означивания, каждой пропозициональной переменной A_i, $i\in N$, ставится в соответствие некоторое подмножество $\gamma(A_i)$ множества *M*. Наделяя процесс этого сопоставления содержательным смыслом, можно считать, что пропозициональная переменная A_i выступает в этом процессе в качестве имени простейшего характеристического свойства, посредством которого из множества М отбираются элементы подмножества $\gamma(A_i)$ и только они.

Общая схема метода индуктивных определений конкретизируется, при этом, следующим образом.

Пусть $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(A_1;A_2;...;A_n)\in L(\mathsf{A})$. Тогда:

а) **Базис индукции** ($S(\boldsymbol{A})=0$). Так как $S(\boldsymbol{A})=0$, то А – элементарная формула, то есть $\boldsymbol{A}=A_i$ для некоторого $i\in\{1;2;...;n\}$. В этом случае полагаем $Int_{\gamma}(\boldsymbol{A})=\gamma(A_i)$.

б) **Индукционное предположение** ($S(\boldsymbol{B})\le k$). Предположим, что для всех формул $\boldsymbol{B}\in L(\mathsf{A})$, сложность которых не превосходит *k*, образы $Int_{\gamma}(\boldsymbol{B})$ уже определены, то есть каждой такой формуле *B* уже поставлено в соответствие подмножество $Int_{\gamma}(\boldsymbol{B})$ множества *M*.

в) **Индукционный шаг** ($S(\boldsymbol{A})=k+1$). Так как $S(\boldsymbol{A})=k+1$, то для формулы А могут иметь место следующие возможности:

в.1) $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{B}\,\&\,\boldsymbol{C})$; в.2) $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{B}\vee\boldsymbol{C})$; в.3) $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{B}\to\boldsymbol{C})$; в.4) $\boldsymbol{A}=\neg\boldsymbol{B}$, для некоторых формул $\boldsymbol{B};\boldsymbol{C}\in L(\mathsf{A})$. Так как $S(\boldsymbol{B})\le k$ и $S(\boldsymbol{C})\le k$, то, согласно индукционному предположению, образы $Int_{\gamma}(\boldsymbol{B})$ и $Int_{\gamma}(\boldsymbol{C})$ уже определены. Тогда для каждого из случаев в.1) – в.4), соответственно, полагаем:

в.1) $Int_{\gamma}(\boldsymbol{A})=Int_{\gamma}(\boldsymbol{B})\cap Int_{\gamma}(\boldsymbol{C})$; в.2) $Int_{\gamma}(\boldsymbol{A})=Int_{\gamma}(\boldsymbol{B})\cup Int_{\gamma}(\boldsymbol{C})$;

в.3) $Int_{\gamma}(\boldsymbol{A})=(M\setminus Int_{\gamma}(\boldsymbol{B})\cup Int_{\gamma}(\boldsymbol{C})$; в.4) $Int_{\gamma}(\boldsymbol{A})=M\setminus Int_{\gamma}(\boldsymbol{B})$.

Ранее отмечалось, что пропозициональные переменные $A_i\in\mathsf{A}$ можно рассматривать как имена характеристических свойств, определяющих подмножества $Int_\gamma(A_i)$. Продолжая эту трактовку, можно сказать, что любая формула $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(A_1;A_2;...;A_n)$ является именем характеристического свойства, определяющего подмножество $Int_\gamma(\boldsymbol{A})$ и записанного в терминах свойств с именами $A_1;A_2;...;A_n$ – пропозициональных переменных, входящих в формулу А в качестве атомных подформул.

Далее будем рассматривать формулы из $L(\mathsf{A})$, в записи которых встречаются только связки $\vee$; & и $\overline{}$ и логические константы л; и. Так как $x_1 \to x_2 = \bar{x}_1 \vee x_2$, то это соглашение не ограничивает общности.

Пусть $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(A_1;A_2;...;A_n)$ - формула указанного вида, M – произвольное непустое множество и g - теоретико-множественное означивание, т.е. $\gamma:\grave{\mathsf{A}} \to B(M)$. Полагая, что $\gamma(A_i)=X_i$, $i=1;2;...;n$, перейдем от формулы A к формуле $\boldsymbol{A}^*(x)$, которая получается из А посредством замены переменных $A_1;A_2;...;A_n$ на выражения ($x\in X_1$); ($x\in X_2$); … ; ($x\in X_n$) соответственно. Заметим, что для конкретного элемента $a\in M$, выражения ($a\in X_i$), $i=1;2;...;n$, являются высказываниями, т.е. представляют или «ложь», или «истину».

Таким образом, $\boldsymbol{A}^*(x)$ будет являться сложным высказыванием, построенным из высказываний $\tilde{o}\in X_i$, $i=1;2;...;n$, как из простых. Через Z_A обозначим, далее, выражение, полученное из формулы A заменой переменных $A_1;A_2;...;A_n$, логических связок $\vee$; & ; $\neg$ и логических констант *л, и* на подмножества $X_1;X_2;...;X_n$, теоретико-множественные операции $\cup$; $\cap$; $\overline{}$ и константы $\varnothing$ и M соответственно.

Нетрудно видеть, что выражение Z_A будет формулой алгебры множеств. Рассмотрим, к примеру, формулу $\grave{\boldsymbol{A}}=\grave{\boldsymbol{A}}(A_1;A_2;A_3)=$ $=(((A_3 \mathbin{\&} \neg A_2)\vee A_1)\mathbin{\&}(\overline{A_1\vee \overline{A}_3}))$. Тогда:

$$\boldsymbol{A}^*(x)=((((x\in X_3)\mathbin{\&}\neg(x\in X_2))\vee(x\in X_1))\mathbin{\&}(\overline{(x\in X_1)\vee(x\in \overline{X}_3)}));$$

$$Z_A=(((X_3\cap \overline{X}_2)\cup X_1)\cap(\overline{X_1\cup \overline{X}_3}).$$

Относительно формул A, $\boldsymbol{A}^*(x)$, Z_A имеет место следующее утверждение.

Предложение 1. Для любой формулы $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(A_1;A_2;...;A_n)\in L(\mathsf{A})$, любого непустого множества *М*, любого означивания $\gamma:\grave{\mathsf{A}}\to B(M)$ и любого элемента $a\in M$, высказывание $\boldsymbol{A}^*(\grave{a})$ является истинным тогда и только тогда, когда $a\in Z_A$.

Доказательство этого утверждения может быть получено индукцией по сложности формулы *А*.

Именно это утверждение и служит теоретической основой возможности наглядного представления процесса индуктивного определения формул алгебры $\boldsymbol{L}(\mathrm{A})$ посредством индуктивного построения диаграмм Эйлера-Венна для соответствующих формул $Z_{\boldsymbol{A}}$ алгебры $\boldsymbol{B}(M)$.

Отметим, что осуществляя подобные построения, нужно, предварительно, перейти от записи формулы $Z_{\boldsymbol{A}}$, как формулы сигнатуры σ_2', к ее записи в виде формулы сигнатуры σ_2.

В частности, применительно к формуле А вышеприведенного примера, с учетом того, что $\overline{X} = (M \setminus X)$, соответствующая формула $Z_{\boldsymbol{A}}$, как формула сигнатуры σ_2, будет иметь вид:

$$Z_{\boldsymbol{A}} = (((X_3 \cap (M \setminus X_2)) \cup X_1) \cap (M \setminus (X_1 \cup (M \setminus X_3)))).$$

Пошаговое построение диаграммы Эйлера-Венна для этой формулы, а следовательно и теоретико-множественное представление процесса индуктивного получения формулы $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}(A_1; A_2; A_3)$ осуществляется по той же схеме, которая применялась ранее (смотри раздел 5).

Выводы

Значительное место в содержании логико-алгебраических дисциплин традиционно отводится изложению синтаксической и семантической составляющих формальных символических языков классических логических исчислений. Это связано, прежде всего с тем, что посредством синтаксических конструкций этих языков находят «материальное» воплощение процессы логического мышления человека. Таким образом, языки логических исчислений явились основой создания современного математического языка, а также послужили прообразами языков программирования.

Вопросы, связанные с наделением содержательным смыслом синтаксических объектов формальных языков и с использованием их выразительных возможностей традиционно вызывают затруднения у большинства обучающихся. В связи с этим, разработка методов, способствующих минимизации этих затруднений, представляется актуальной. В частности, опыт изучения абстрактных конструкций и объектов синтаксиса символических языков посредством представления этих объектов их естественными «материальными» аналогами, является широкой пропедевтикой концепций логического исчисления, формальной аксиоматической теории и изоморфизма. Использование же предписаний принципа наглядности в процессе обретения этого опыта является одной из наиболее продуктивных форм проведения этой пропедевтики.

Список использованных источников

1 **Дроботун, Б. Н., Оспанова, Н. Н., Даутова, А. З.** О возможностях реализации дидактического принципа наглядности при построении формальных языков логических исчислений (I) // Вестник ПГУ. Серия педагогическая. – 2020. – №4.

2 **Гончаров, С. С., Ершов, Ю. Л., Самохвалов, К. Ф.** Введение в логику и методологию науки. – М. : Интерпракс, 1994

3 **Ершов, Ю. Л., Палютин, Е. А.** Математическая логика. – М. : Наука, 2011. – 320 с.

4 **Гончаров, С. С.** Математическая логика. Часть I. – Новосибирск : РИЦ НГУ, 2007. – 210 с.

5 **Судоплатов, С. В., Овчинникова, Е. В.** Математическая логика и теория алгоритмов. Учебник. – М. : ИНФРА - М; Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2004. – 224 с.

6 **Дроботун, Б. Н.** Руководство к решению задач по дискретной математике и математической логике: Учебное пособие. Часть I, Часть II. – Нур-Султан : Фолиант, 2019. – 528 с., 448 с.

7 **Архангельский, С. И.** Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы. – М. : Высшая школа, 2012 – 340 с.

8 **Шапоринский, С. А.** Обучение и научное познание. – М. : Аспект Пресс, 2008 – 281 с.

9 **Илларионов, С. В.** Теория познания и философия науки. – М. : РОССПЭН, 2007. – 535 с.

10 **Ушаков, Е. В.** Введение в философию и методологию науки: учебник. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : КНОРУС, 2008. – 592 с.

References

1 **Drobotun, B. N., Ospanova, N. N., Dautova, A. Z., Alimova, Zh. S.** Logikalyk esepteulerdin formaldy ilderin quruda kornekilik didaktikalyq principinin zhuzege asyrudyn mumkindikteri turaly (I) [About possibilities of implementing a didactic principle of visibility in construction of formal languages of logic calculations (I)] // Toraigyrov universitet habarshysy. Pedagogikalyq seriasy – 2020. – №4. – P. 16–-177

2 **Goncharov, S. S., Ershov, Yu. L., Samohvalov, K. F.** Vvedenie v logiku i metodologiyu nauki [Introduction to the logic and methodology of science] [Text]. – Moscow : Interpraks, 1994.

3 **Ershov, Yu. L., Palyutin, E. A.** Matematicheskaya logika [Mathematical logic] [Text]. – Moscow : Nauka, 2011. – 320.

4 **Goncharov, S. S.** Matematicheskaya logika Chast I. [Mathematical Logic. Part I] [Text]. – Novosibirsk : RIC NGU, 2007. – 210 p.

5 **Sudoplatov, S. V., Ovchinnikova, E. V.** Matematicheskaya logika i teoriya algoritmov . Uchebnik [Mathematical logic and theory of algorithms. Textbook] [Text]. – Moscow : INFRA – M; Novosibirsk : Izd-vo NGTU, 2004. – 224.

6 **Drobotun, B. N.** Rukovodstvo k resheniyu zadach po diskretnoj matematike i matematicheskoj logike : Uchebnoe posobie. Chast I, Chast II. [Guide to solving problems in discrete mathematics and mathematical logic : Textbook. Part I, Part II] [Text]. – Nur-Sultan : Foliant, 2019. – 528 p., 448 p.

7 **Arhangelskij, S. I**. Uchebnyj process v vysshej shkole, ego zakonomernye osnovy i metody [The educational process in higher education, its logical foundations and methods] [Text]. – Moscow : Vysshaya shkola, 2012 – 340 p.

8 **Shaporinskij, S. A.** Obuchenie i nauchnoe poznanie [Education and scientific knowledge] [Text]. – Moscow : Aspekt Press, 2008 – 281 p.

9 **Illarionov, S. V.** Teoriya poznaniya i filosofiya nauki [Theory of knowledge and philosophy of science] [Text]. – Moscow : ROSSPEN, 2007. – 535 p .

10 **Ushakov, E. V.** Vvedenie v filosofiyu i metodologiyu nauki : uchebnik. [Introduction to philosophy and methodology of science : textbook] [Text]. 2 ed. revised and add. – Moscow : KNORUS, 2008. – 592.

Материал поступил в редакцию 15.03.21.

Б. Н. Дроботун, Н. Н. Оспанова, А. З. Даутова, Ж. С. Алимова*
Торайғыров университеті,
Қазақстан Республикасы, Павлодар қ.
Материал 15.03.21 баспаға түсті.

ЛОГИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕУЛЕРДІҢ ФОРМАЛДЫ ТІЛДЕРІН ҚҰРУДА КӨРНЕКІЛІК ДИДАКТИКАЛЫҚ ПРИНЦИПІН ЖҮЗЕГЕ АСЫРУДЫҢ МҮМКІНДІКТЕРІ ТУРАЛЫ (II)

Бұл жұмыста, екі мақалаға бөлініп жазылған, логика-алгебралық бағдарланған пәндерді оқытуға қолдану тұрғысынан, көрнекілік дидактикалық принципінің талаптарын ұстанудың түрлері мен шарттары анықталады және жүзеге асырылады. Ұсынылып отырған мақалада, пікірлерді есептеулердегі формальды тілдердің синтаксисін оқу барысында, осы принциптерді ұстану мүмкіндіктері *қарастырылады. Пропозиционалды есептеулердің символдық тілінің синтаксистік және семантикалық компоненттерін сипаттау процесіне анағұрлым сйәкес келетін әдіс ретінде алынған анықтаулар мен тұрғызулардың индуктивті әдісі, осы мақаладағы негізгі әдіс болып отыр. Пікірлерді есептеулердің классикалық және теориялық-жиындық семантикасы қасиеттерін негізге ала отырып, мақалада, осы семантикалардың өзара шарттасу механизмдерін анықтайтын теориялық негіздері ашылады, формулалар алгебрасының синтаксистік объектілерін индуктивті анықтау процесін, жиындар алгебрасының сәйкес объектілерінің теориялық-жиындық диаграммаларын тұрғызу арқылы көрнекі түрде жүзеге асыруға мүмкіндік беретін, формулалар алгебрасы мен ішкі жиындар алгебрасы арасындағы байланыс орнатылады. Мақалада келтірілген табиғи «материалды» аналогтарды зерттеу арқылы символдық тілдер синтаксисінің абстрактілі объектілерін зерттеу тәжірибесі - логикалық есептеу, формальды аксиоматикалық теория және изоморфизм сияқты ғылыми және теориялық тұжырымдамалардың кең пропедевтикасы. Жаратылыстану-математикалық пәндерін оқытуда, көрнекілік принциптерін ұстанудың өнімді мүмкіндіктерін қолданумен байланысты жұмыстарда мұндай тәсілдер қарастырымаған.*

Кілтті сөздер: синтаксистік қасиеттер; пікірлерді есептеу; формулалар алгебрасы; семантика; жиындар алгебрасы; бульдік сигнатура; диаграмма.

B. N. Drobotun, N. N. Ospanova, A. Z. Dautova, Zh. S. Alimova*
Toraighyrov University,
Republic of Kazakhstan, Pavlodar

ON THE POSSIBILITY OF IMPLEMENTING THE DIDACTIC PRINCIPLE OF VISIBILITY FOR THE CONSTRUCTION OF FORMAL LANGUAGES OF LOGIC CALCULUS (II)

In this work, which includes two articles, the conditions and forms of following the regulatory requirements of the didactic principle of visibility in relation to logical and algebraic disciplines are identified and implemented. This article discusses the possibilities to follow this principle in studying the syntax of the formal language of the propositional calculus. The main methods used in this article include inductive methods *of definitions and constructions, as methods that are most organic to the processes of describing the syntactic and semantic components of the symbolic language of propositional calculi. On the basis of properties of classical and set-theoretic semantics of propositional calculus the article identifies theoretical bases that define the mechanisms mutual conditionality of these meanings, and the ties between algebra formulas, subset algebra, allowing the processes of inductive definition of the syntactic objects of the propositional calculus to visually implement by constructing a set-theoretic diagrams corresponding objects of set algebra. The experience of studying abstract objects of the syntax of symbolic languages through studying their natural «material» analogues presented in the article is a broad propaedeutics of such scientific and theoretical concepts as logical calculus, formal axiomatic theory and isomorphism. In the works related to the use of productive possibilities of following the principle of visibility, in the study of natural and mathematical disciplines, such approaches were not considered.*

Keywords: syntactic properties; propositional calculus; formula algebra; semantics; set algebra; Boolean signature; diagram.

Теруге 15.03.2021 ж. жіберілді. Басуға 29.03.2021 ж. қол қойылды.
Электронды баспа
2,30 Mb RAM
Шартты баспа табағы 15,8.
Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген З. С. Искакова
Корректоры: А. Р. Омарова
Тапсырыс № 3748

Сдано в набор 15.03.2021 г. Подписано в печать 29.03.2021 г.
Электронное издание
2,30 Mb RAM
Усл.п.л. 15,8. Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка З. С. Искакова
Корректор: А. Р. Омарова
Заказ № 3748

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған
Торайғыров университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы
Торайғыров университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
8 (7182) 67-36-69
e-mail: kereku@tou.edu.kz
pedagogic-vestnik.tou.edu.kz